

**O UZYTECZNOŚCI POJĘĆ ZMIENNEJ ROZMYTEJ I ZMIENNEJ LINGWISTYCZNEJ
W NAUKACH PRZYRODNICZYCH**

TADEUSZ GERSTENKORN, ELZBIETA RAKUS

Zakład Rachunku Prawdopodobieństwa i Statystyki Matematycznej
Instytutu Matematyki Uniwersytetu Łódzkiego
ul. S.Banacha 22, 90-238 Łódź

Pracownia Medycyny Sportowej Instytutu Medycyny Wewnętrznej
Akademii Medycznej, Al.Politechniki 4, 93-590 Łódź

Streszczenie

Artykuł przedstawia koncepcje zmiennej rozmytej i zmiennej lingwistycznej, które stanowią rozszerzenie pojęcia zmiennej klasycznej na bazie teorii zbiorów rozmytych.

Głównym celem pracy jest pokazanie nowego podejścia do podstawowych okresleń w matematyce, takich jak zbiór lub zmienna, oraz próba ich praktycznego zastosowania w naukach przyrodniczych.

Pojęcie zmiennej, jako podstawowe w matematyce klasycznej, intuicyjnie kojarzy się każdemu z przypisywaniem wartości liczbowych pewnemu symbolowi, oznaczonemu zwykle literą x , y , z itp., przy czym nikt nie ma wątpliwości, że x , y , z na pewno te wartości przyjmuje. Istnieje jednak teoria, która stwarza możliwość przypisywania wartości liczbowych określonej zmiennej w stopniu mniejszym niż "na pewno".

Można zadać pytanie, czy zawsze wartości przyporządkowane zmiennej muszą być liczbami, czy nie mogą to być pojęcia określone słowami lub pewne zwroty. Nieprecyzyjność określeń jest przecież cechą charakterystyczną niektórych nauk, między innymi biologiczno-medycznych, gdzie nie zawsze jest możliwe opisanie zjawisk w kategorii jednoznacznie sprecyzowanych wypowiedzi.

Jedną z najnowszych teorii matematycznych, teoria zbiorów rozmytych, stanowi klucz pozwalający udzielać odpowiedzi na problemy nie mieszczące się w granicach logiki dwuwartościowej typu: "należy", "nie należy". Ta interesująca gałąź matematyki współczesnej oparta jest na idei tzw. "stopnia przynależności", będącego liczbą z przedziału $[0,1]$, który jest

związany z każdym elementem należącym do zbioru i określa jego siłę związku z tym zbiorem.

Przeniesienie tej zasady na określenie zmiennej stworzyło koncepcję zmiennej rozmytej i jeszcze szersze pojęcie zmiennej-lingwistycznej.

Podstawowym celem niniejszej pracy jest przybliżenie tych pojęć czytelnikowi, który chciałby zastosować metody teorii zbiorów rozmytych w swej pracy badawczej. Nie formalizując w pełni problemu, pragniemy pokazać proces rozszerzania pojęcia zmiennej z zakresu funkcjonującego w analizie na pewne przypadki występujące w naukach przyrodniczych, akcentując zwłaszcza praktyczne zastosowanie.

Z pojęciem zmiennej kojarzy się na ogół równanie

$$x = a, \quad (1)$$

co oznacza, że zmienna x przyjmuje wartość a ze stuprocentową pewnością.

Bardziej ogólnie, oznaczmy nazwę zmiennej przez X , nazwijmy zbiór wartości, jakie może ona przyjmować, obszarem rozważań i nazwijmy go A , przy czym $a \in A$, oraz wprowadźmy pojęcie ograniczenia $R(X)$, nałożonego przez zmienną X na zbiór A , jako podzbioru zbioru A . Oznacza to, że w przypadku istnienia takiego ograniczenia zmienna X przyjmuje tylko te wartości należące do A , które spełniają warunek zawarty w ograniczeniu.

Formalizując tę wypowiedź, ujmijemy ją zapisem w postaci tzw. równania przypisującego

$$x = a, \quad a \in R(X), \quad (2)$$

co jest zgodne z koncepcją definicji zmiennej według Zadeha (1975), twórcy podstaw teorii zbiorów rozmytych.

Aby przejść w naturalny sposób do pojęcia zmiennej rozmytej, należy przybliżyć nieco definicję zbioru rozmytego, który jest takim samym rozszerzeniem określenia zbioru, pojmowanego w zwykłym sensie, jak zmienna rozmyta stanowi poszerzenie definicji zmiennej klasycznej.

Mówimy, że zbiór B , złożony z elementów u należących do przestrzeni U , jest *zbiorem rozmytym*, jeżeli każdy jego element ma przypisany stopień przynależności do tego zbioru, będący liczbą z przedziału $[0,1]$, wyrażającą siłę związku elementu u ze zbiorem B . Funkcja, która jest matematycznym "przepisem" służącym do liczenia wartości stopnia przynależności, nosi nazwę *funkcji przynależności* zbioru B i oznaczana jest symbolem μ_B , a wartości stopnia przynależności dla elementu u zapisywane są jako $\mu_B(u)$.

Pojęcie klasycznego zbioru, które zakładało możliwości: "element należy do zbioru" lub "element nie należy do zbioru", zostało teraz rozszerzone poprzez stwierdzenie "element u należy do zbioru B ze stopniem przynależności $\mu_B(u)$ ".

Wracając do pojęcia zmiennej liczbowej załóżmy teraz, że ograniczenie $R(X)$ jest zbiorem rozmytym.

Zmienna o nazwie X , określona w przestrzeni A , będącej jej obszarem

rozważań, z rozmytym ograniczeniem $R(X)$, które nakłada pewien warunek na wartości przestrzeni A , nazywa się *zmienną rozmytą* zgodnie z nomenklaturą przyjętą przez Zadeha (1975) i Kacprzyka (1986).

Wartości przyjmowane przez zmienną rozmytą są elementami należącymi do zbioru rozmytego (ograniczenia rozmytego), zatem są one przypisane zmiennej z określonym stopniem przynależności.

Równanie przypisujące zmiennej X wartość a

$$x = a, \quad a \in R(X), \quad (3)$$

jest spełnione w pewnym stopniu, będącym liczbą z przedziału $[0,1]$, nazywanym *stopniem zgodności* lub *kompatybilnością* i oznaczonym symbolem $c(a)$.

Wzór (3) należy wobec tego uzupełnić, uwzględniając stopień zgodności $c(a)$ wyrażany związkem

$$c(a) = \mu_{R(X)}(a), \quad a \in A, \quad c(a) \in [0,1], \quad (4)$$

a zatem zapisać teraz w postaci

$$x = a, \quad c(a) = \mu_{R(X)}(a). \quad (5)$$

Z powyższego zapisu widać, że stopień zgodności, z jakim wartość a jest przyjmowana przez zmienną X , jest równy wartości funkcji przynależności zbioru rozmytego $R(X)$ policzonej dla a .

Jako przykład rozpatrzmy związek występujący między objawem i diagnozą medyczną. Zadaje się pytanie, jak często wyselekcjonowany objaw towarzyszy danej diagnozie. Odpowiedź, która intuicyjnie nasuwa się, może brzmieć: często, nigdy, prawie zawsze itp. Są to odpowiedzi wyrażone słowami i trzeba teraz zastanowić się nad interpretacją liczbową towarzyszącą temu określeniu.

Załóżmy, że rozpatrywana przestrzeń A liczy stu pacjentów. Jest to przestrzeń rozważań $A = \{1,2,\dots,100\}$. Określmy zmienną rozmytą X nazwą "często". Niech zbiór rozmyty R ("często"), spełniający rolę ograniczenia nałożonego na przestrzeń A , będzie dany przez funkcję przynależności

$$\mu_{R(\text{"często"})}(a) = S(a, 50, 60, 70), \quad (6)$$

gdzie S jest tak zwaną funkcją standardową wyrażaną wzorem, podanym między innymi przez Adlassniga (1980) oraz Czogałę i Pedrycza (1985),

$$S(a, \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & \text{dla } a \leq \alpha, \\ 2 \left(\frac{a-\alpha}{\gamma-\alpha} \right)^2 & \text{dla } \alpha < a \leq \beta, \\ 1 - 2 \left(\frac{a-\gamma}{\gamma-\alpha} \right)^2 & \text{dla } \beta < a \leq \gamma, \\ 1 & \text{dla } a > \gamma, \end{cases} \quad (7)$$

który, w przypadku parametrów występujących w równaniu (6) należy rozumieć jako

$$c(a) = \mu_R(\text{"często"})(a) = \begin{cases} 0 & \text{dla } a \leq 50, \\ 2 \left[\frac{a-50}{70-50} \right]^2 & \text{dla } 50 < a \leq 60, \\ 1 - 2 \left[\frac{a-70}{70-50} \right]^2 & \text{dla } 60 < a \leq 70, \\ 1 & \text{dla } a > 70, \end{cases} \quad (8)$$

Przykładowe równania przypisujące mogą mieć postać w oparciu o wzór (8):

$$\text{"często"} = 40, \quad c(40) = 0,$$

co oznacza, że zgodność z faktem przyjmowania przez wyrażenie "często" wartości 40 w przestrzeni 100 pacjentów jest wyrażana liczbowo jako 0;

$$\text{"często"} = 58, \quad c(58) = 0.32$$

i rozumiemy wtedy, że zgodność między nazwą "często" a wartością 58 jest określona jako 0.32;

$$\text{"często"} = 65, \quad c(65) = 0.88,$$

co jest wykładnikiem wysokiej zgodności między "często" a liczbą 65;

$$\text{"często"} = 72, \quad c(72) = 1,$$

co oznacza pełną zgodność wartości 72 ze zmienną "często".

Innym przykładem zmiennej rozmytej jest zmienna "prawie zawsze" z ograniczeniem

$$\mu_R(\text{"prawie zawsze"})(a) = S(a, 86, 90, 94), \quad (9)$$

którego funkcja przynależności jest "przepisem" służącym do liczenia stopni zgodności, z jakimi "prawie zawsze" przyjmuje wartość od 1 do 100.

Przedstawiona koncepcja zmiennej rozmytej, jak widać w powyższych przykładach, pozwoliła dokładnie sprecyzować zakres liczbowy takiego, chociażby, określenia słownego jak "często". Wiadomo, że temu pojęciu nie odpowiadają liczby od 1 do 50 (dla nich stopień zgodności jest równy 0), dla liczb z przedziału 51-70 stopień zgodności jest wartością funkcji rosnącej i $c(a) \in (0, 1]$, natomiast wielkości od 71 do 100 mogą być przypisane zmiennej "często" z całkowitą pewnością.

Zmienna rozmyta, jako pojęcie matematyczne, przekształciła "fragment języka potocznego" na zbiór wartości liczbowych.

W pewnych przypadkach występuje potrzeba przypisania zmiennej nie tylko jednej liczby, ale dwóch, trzech, ogólnie mówiąc, n wartości liczbowych, z których każda reprezentuje inną cechę określającą tę zmienną. W celu uproszczenia tego problemu założymy, że zmienną rozmytą X określają dwie cechy, które są również zmiennymi rozmytymi, mianowicie X_1, X_2 , gdzie X_1 przyjmuje wartości $a_1 \in A_1$, a X_2 - odpowiednio wartości $a_2 \in A_2$. Obszar rozważań zmiennej $X = (X_1, X_2)$ będzie wtedy policzony jako

$$A = A_1 \times A_2, \quad (10)$$

gdzie znak "x" oznacza iloczyn kartezjański przestrzeni A_1 i A_2 , czyli zbiór wszystkich par postaci (a_1, a_2) złożonych z elementów należących odpowiednio do A_1 i A_2 .

Ograniczenie $R(X_1, X_2)$, nałożone na $A_1 \times A_2$, jest dwuwymiarową relacją rozmytą, tzn. każda para (a_1, a_2) ma przypisany stopień przynależności będący wartością funkcji przynależności relacji R dla (a_1, a_2) , $a_1 \in A_1$, $a_2 \in A_2$. Stopień ten oznaczamy przez $\mu_{R(X_1, X_2)}(a_1, a_2)$ i rozumiemy, że wyraża on siłę związku pary (a_1, a_2) z warunkiem określającym relację R . Wartości funkcji przynależności $\mu_{R(X_1, X_2)}$ są nadal liczbami z przedziału $[0, 1]$.

Równanie przypisujące dla zmiennej X , w tym ujęciu zmiennej, ma postać

$$(x_1, x_2) = (a_1, a_2), \quad c(a_1, a_2) = \mu_{R(X_1, X_2)}(a_1, a_2), \quad (11)$$

$$a_1 \in A_1, \quad a_2 \in A_2.$$

Wartość $c(a_1, a_2)$ jest stopniem zgodności, z jakim zmienna X przyjmuje łącznie wartości a_1, a_2 .

Podajmy bardzo prosty przykład ukazujący ten typ zmiennej, rozważając dwuwymiarową zmienną rozmytą o nazwie "mężczyzna o silnej i proporcjonalnej budowie ciała", którą określają dwie cechy również traktowane jako zmienne rozmyte, tj. "wzrost" i "waga".

Zmienną $X = (X_1, X_2)$ zapiszemy jako

$$\begin{aligned} \text{"mężczyzna o silnej i proporcjonalnej budowie ciała"} = & \quad (12) \\ & = \text{"wzrost", "waga"} \end{aligned}$$

i przyjmiemy jej obszar rozważań $A = A_1 \times A_2$, przy czym $A_1 = \{0, 1, \dots, 250\}$, $A_2 = \{0, 1, \dots, 150\}$.

Pomijając anomalie w budowie ciała założymy, że rozmyte ograniczenie $R(X_1, X_2)$ jest skonstruowane jako funkcja przynależności

$$\mu_{R(\text{"wzrost", "waga"})}(a_1, a_2) = \begin{cases} 0 & \text{dla } a_1 < 160, a_2 < 60 \\ \frac{a_1 - 160}{60} + \frac{a_2 - 60}{60} & \text{dla } 160 \leq a_1 \leq 190, \\ & 60 \leq a_2 \leq 90, \\ 1 & \text{dla } a_1 > 190, a_2 > 90 \end{cases} \quad (13)$$

Przykładowo, na podstawie tego ograniczenia jest możliwe zbudowanie następujących równań przypisujących:

$$\begin{aligned} (x_1, x_2) &= (160, 60), & c(160, 60) &= 0, \\ (x_1, x_2) &= (170, 65), & c(170, 65) &= 0.25, \\ (x_1, x_2) &= (175, 75), & c(175, 75) &= 0.5, \\ (x_1, x_2) &= (182, 89), & c(182, 89) &= 0.85, \end{aligned}$$

w których trzeba interpretować wartość c jako zgodność wartości odpowiadających wzrostowi i wadze z opisem "mężczyzna o silnej i proporcjonalnej budowie ciała".

Zmienna rozmyta, aczkolwiek już bardzo zmodyfikowana w stosunku do zmiennej klasycznej, przyjmuje tak jak i ona wyłącznie wartości liczbowe. Rozszerzmy istotę pojęcia zmiennej, zakładając, że nie tylko jej nazwa jest opisana słowami języka potocznego, ale także zbiór jej wartości stanowią terminy opisane w tym języku. Taki typ zmiennej nazywamy zmienną *lingwistyczną*, czyli językową.

Nie precyzując definicji, której mocno sformalizowaną postać prezentuje Zadeh (1975) i Kacprzyk (1986), powiemy, że zmienna lingwistyczna to taka zmienna, której wartości stanowią terminy będące nazwami zmiennych rozmytych o wspólnym obszarze rozważań A .

Oznaczmy zmienną lingwistyczną symbolem L , a zbiór jej terminów $T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$, przy czym każdy z terminów jest nazwą zmiennej rozmytej, a zatem wiąże się z nim ograniczenie rozmyte nałożone na obszar rozważań A .

Równanie przypisujące ma teraz postać

$$L = T_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (14)$$

a bardziej dokładnie

$$L = T_i = a, \quad c(a) = \mu_{R(T_i)}(a), \quad (15)$$

gdzie $R(T_i)$ jest ograniczeniem związanym z terminem T_i , $\mu_{R(T_i)}$ jest funkcją przynależności tego ograniczenia, a $\mu_{R(T_i)}(a)$ jest stopniem przynależności elementu a do zbioru $R(T_i)$.

Powróćmy do przykładu wyrażającego związek objawu z diagnozą, określając zmienną lingwistyczną jako "częstość występowania objawu w przypadku diagnozy" i oznaczmy ją

$$L = \text{"częstość"}. \quad (16)$$

Skończony zbiór terminów tej zmiennej, czyli zbiór jej wartości ustalmy jako

$$T = \{\text{"nigdy"}, \text{"prawie nigdy"}, \text{"bardzo rzadko"}, \text{"rzadko"}, \text{"średnio"}, \text{"często"}, \text{"bardzo często"}, \text{"prawie zawsze"}, \text{"zawsze"}\}. \quad (17)$$

Każdy z terminów jest nazwą zmiennej rozmytej, określonej w przestrzeni rozważań $A = \{1, 2, \dots, 100\}$.

Ten typ zmiennej lingwistycznej o skończonym zbiorze terminów reprezentuje, według Kacprzyka (1986), tak zwaną *zmienną lingwistyczną Boole'a*. Wartości tej zmiennej składają się z terminów pierwotnych, spójników "i", "lub", negacji "nie" oraz elementów dodatkowych, np. "bardzo", "prawie". W naszym przypadku wszystkie nazwy listy zmiennych

rozmytych powstały w oparciu o reguły tworzenia listy terminów zmiennych lingwistycznych Boole'a, pod warunkiem, że potraktowano "nigdy", "rzadko", "średnio", "często", "zawsze" jako terminy pierwotne. Listy terminów mogą być bardziej skomplikowane i stanowić nawet zbiór nieskończony.

W celu ustalenia przedziałów w zbiorze pacjentów, które odpowiadają powyższym nazwom zmiennych rozmytych, wprowadzono ograniczenia rozmyte w taki sposób, aby dobór parametrów α, β, γ pozwolił otrzymać wyniki zgodne z intencjami lekarzy. W oparciu o ich wskazówki zostały przyjęte następujące funkcje przynależności ograniczeń:

$$\mu_R(\text{"nigdy"}) (a) = \begin{cases} 1 & \text{dla } a = 0, \\ 0 & \text{dla } a > 0, \end{cases}$$

$$\mu_R(\text{"prawie nigdy"}) (a) = 1 - S(a, 6, 10, 14),$$

$$\mu_R(\text{"bardzo rzadko"}) (a) = 1 - S(a, 15, 20, 25),$$

$$\mu_R(\text{"rzadko"}) (a) = 1 - S(a, 30, 40, 50),$$

$$\mu_R(\text{"średnio"}) (a) = \pi(a, 20, 50), \quad (18)$$

$$\mu_R(\text{"często"}) (a) = S(a, 50, 60, 70),$$

$$\mu_R(\text{"bardzo często"}) (a) = S(a, 75, 80, 85),$$

$$\mu_R(\text{"prawie zawsze"}) (a) = S(a, 86, 90, 94),$$

$$\mu_R(\text{"zawsze"}) (a) = \begin{cases} 0 & \text{dla } a < 100, \\ 1 & \text{dla } a = 100, \end{cases}$$

przy czym funkcja π jest również funkcją standardową daną wzorem

$$\pi(a, \alpha, \beta) = \begin{cases} S(a, \beta - \alpha, \beta - \frac{\alpha}{2}, \beta) & \text{dla } a \leq \beta, \\ S(a, \beta, \beta + \frac{\alpha}{2}, \beta + \alpha) & \text{dla } a > \beta, \end{cases} \quad (19)$$

który można znaleźć w pracach Adlassniga (1980) oraz Czogały i Pedrycza (1985). Przykładowe równanie przypisujące może mieć postać

$$\text{"częstość"} = \text{"prawie nigdy"} = 9, \quad c(9) = 0.72,$$

co znaczy, że "częstość" przyjmuje wartość "prawie nigdy" określoną jako liczba 9 ze stopniem zgodności 0.72.

Tak przyjęta zmienna lingwistyczna "częstość" znalazła praktyczne zastosowanie w procesie diagnostycznym, w którym na podstawie objawów klinicznych zostało przyjęte prawidłowe rozpoznanie u pacjenta. W modelu diagnozowania medycznego bardzo ważną rolę pełni związek typu:

objaw-diagnoza, a dokładniej, ustalenie częstości występowania objawu w rozpatrywanej diagnozie.

Jak podają w swej pracy Gerstenkorn, Kurnatowska, Rakus, zmienną lingwistyczną "częstość" wykorzystano w przypadku analizy danych klinicznych zapalenia narządów płciowych i układu moczowego, ustalając związki między objawami i diagnozami zestawione w Tabeli 1.

Tabela 1. Zmienna lingwistyczna "częstość" jako związek objaw - diagnoza

Objawy	Diagnozy		
	Rzęsistkowica	Grzybice	Zakażenie bakteryjne
świąd lub pieczenie sromu w pochwie	bardzo często	prawie zawsze	często
świąd lub pieczenie w cewce	zawsze	rzadko	rzadko
ból przy oddawaniu moczu	często	prawie nigdy	prawie nigdy
zmiany sromu	często	często	bardzo rzadko
kolpitis diffusa	średnio	prawie zawsze	często
kolpitis maculosa	średnio	prawie nigdy	prawie nigdy

Zgodnie z sugestią Adlassniga (1980), dla ograniczeń rozmytych (18) ustalono metodami analitycznymi przedziały pacjentów, odpowiadające terminom listy zmiennej lingwistycznej "częstość" oraz ich środkowe wartości, jako najbardziej charakterystyczne dla danego przedziału. Przyjęto, że istotne znaczenie mają wartości funkcji przynależności większe od 0,5, stąd, np. zakres, odpowiadający zmiennej rozmytej "rzadko", został policzony jako różnica nośników zbiorów rozmytych "rzadko" i "bardzo rzadko", czyli różnica przedziałów [0,40) i [0,20). Jest to przedział [20,40), przez co należy rozumieć, że określeniu "rzadko" odpowiada ilość 20-40 pacjentów w zbiorze 100 osób. Podobnie znalezione zostały zakresy pozostałych terminów listy i ich środki.

Jeżeli zmienna "częstość" zostanie teraz potraktowana jako zmienna rozmyta z ograniczeniem danym funkcją przynależności

$$\mu \text{ "częstość" } (a) = S(a, 0,50, 100), \quad (17) (20)$$

to reprezentujące poprzednie określenia środki przedziałów otrzymają charakterystykę liczbową w postaci stopnia przynależności policzonego na podstawie (20).

Wyniki zostały zebrane w Tabeli 2.

Zamieniając określenia zmiennej lingwistycznej "częstość" na liczby występujące w czwartej kolumnie Tabeli 2, otrzymujemy zmodyfikowaną wersję

Tabela 2. Charakterystyka zmiennej lingwistycznej "częstość"

Określenie "częstości"	Przedział	Środek	Stopień przynależności środka
nigdy	0	0	0.0
prawie nigdy	0-10	5	0.005
bardzo rzadko	10-20	15	0.045
rzadko	20-40	30	0.18
średnio	40-60	50	0.5
często	60-80	70	0.82
bardzo często	80-90	85	0.955
prawie zawsze	90-100	95	0.995
zawsze	100	100	1.0

Tabeli 1, w której sformułowania, wyrażone w języku naturalnym, zostały zastąpione przez reprezentujące je liczby, co pokazano w Tabeli 3.

Tak przedstawiona relacja jest jednym ze składników rozmytego równania relacyjnego, którego omówienie przekracza zakres tego opracowania, poświęconego wyłącznie zmiennym. Pokazaliśmy tu jedynie

Tabela 3. Zmienna lingwistyczna "częstość" w reprezentacji liczbowej

Objawy	Diagnozy		
	Rzęsistkowica	Grzybice	Zakażenie bakteryjne
świąd lub pieczenie sromu w pochwie	0.955	0.955	0.82
świąd lub pieczenie w cewce	1.0	0.18	0.18
ból przy oddawaniu moczu	0.82	0.005	0.005
zmiany sromu	0.82	0.82	0.045
kolpitis diffusa	0.5	0.995	0.82
kolpitis maculosa	0.5	0.005	0.005

walory zmiennej rozmytej i lingwistycznej, które są ważnym i nowym narzędziem w modelach medycznych.

Zmienna lingwistyczna, posiadająca możliwość sformułowania informacji słowami i za ich pośrednictwem liczbami, znajduje coraz częściej zastosowanie w rozwiązywaniu problemów medycznych, jak zostało to pokazane, na przykład w pracach Adlassniga (1980), Krusińskiej (1984), (1985) oraz Saitta i Torasso (1981).

LITERATURA

- Adlassnig K.P. (1980). A fuzzy logical model of computer-assisted medical diagnosis. *Methods of Information in Medicine* 3. Vol. 19, 141-148.
- Czogała E., Pedrycz W. (1985). *Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych*. Warszawa PWN.
- Kacprzyk J. (1986). *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*. Warszawa PWN.
- Gerstenkorn T., Kurnatowska A., Rakus E. (1990). Zastosowanie teorii zbiorów rozmytych w diagnostyce i leczeniu stanów zapalnych narządów płciowych i układu moczowego kobiet. *Wiadomości Parazytologiczne* 2, t.36. Wrocław.
- Krusińska E. (1984). *Linguistic variables and their application to discrimination*. Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego. Raport N-133. Wrocław.
- Krusińska E., Liebhart J. (1985). Linguistic variables and their application to automatic diagnosis of bronchial asthma and chronic bronchitis. *Listy Biometryczne* 22, 3-18.
- Saitta L., Torasso P. (1981). Fuzzy characterization of coronary disease. *Fuzzy Sets and Systems* 5, 245-258.
- Zadeh L.A. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. Part. I. *Inf.Sci.* 8, 199-249.

Praca wpłynęła 15 maja 1989;
w wersji ostatecznej 15 listopada 1989

ON THE UTILITY OF THE NOTIONS OF A FUZZY VARIABLE
AND A LINGUISTIC VARIABLE IN NATURAL SCIENCES

Summary

The paper presents the concepts of a fuzzy variable and a linguistic variable which are extensions of the classical variable on the basis of fuzzy set theory. Some practical examples are analyzed as an attempt of practical applications of these concepts to natural sciences.

Key words: fuzzy set, fuzzy variable, fuzzy restriction, compatibility, linguistic variable